**Ejemplos de Crecimiento Exponencial Malthusiano.**

En **1980**, el Departamento de Recursos Naturales liberó **1000** truchas hibridas (hibridación de trucha de lago y trucha de rio/arroyo) en un lago. En **1987**, se estimó que la población de truchas hibridas en el lago era de **3000**. Utilizando la ley Malthusiana para el crecimiento demográfico, estime la población de truchas hibridas en el lago en el año **2010**.

Para resolver este problema, es importante saber que la ley de Malthus es un modelo de crecimiento poblacional que asume que la **tasa de crecimiento de una población** es proporcional a su **tamaño poblacional**. También cabe señalar que este modelo asume las condiciones ideales de crecimiento sin adversidades como son las presas y límites de espacio y/o alimento.

Donde:

* ***y*** es la población de truchas hibridas en tiempo ***t***, ***y*** es función de ***t***, es decir ***y(t)***.
* ***r*** es una constante de proporcionalidad que representa la tasa de crecimiento
* ***t*** es el tiempo.

**Paso 1: Solución General**

La solución a esta ecuación diferencial es:

Donde:

* ***y0​*** es la cantidad inicial de truchas hibridas.
* ***y(t)*** es la cantidad de truchas en el tiempo ***t***.
* ***r*** es la tasa de crecimiento.

Esta solución en el **paso 1** se da porque:

se rescribe por el método de variables separables, quedando

Multiplicamos ambos lados por dt para separar las variables:

De ahí se integran ambos lados de la ecuación, para encontrar la expresión de ***y(t)***:

**Donde C es la constante de integración.**

Finalmente se despeja ***y*** en términos de ***t,*** elevando ambos lados

Podemos reescribir como:

Aquí, es simplemente otra constante que podemos llamar (la cantidad inicial) quedando finalmente

**Paso 2: Determinación de la Constante *r*.**

Sabemos que:

* En 1980 (t=0), la población ***y(0)*** =1000.

***t=0*** es la población inicial en 1980.

***t=7*** es la población en 1987 debido a que pasaron 7 años de la población inicial.

***t=30*** es la población en 2010 debido a que pasaron 30 años de la población inicial.

.

* En 1987 (t=7), la población ***y(7)*** =3000

Podemos usar estos datos para determinar el valor de ***r***.

Sustituyendo en la ecuación general quedaría:

**Paso 3: Encontrar *r*.**

Despejando queda:

Tomamos el logaritmo natural en ambos lados para resolver ***r***:

La constante de crecimiento ***r*** calculada es aproximadamente **0.1569** por año.

**Paso 4: Estimar la Población en 2010.**

Una vez que tenemos ***r***, podemos estimar la población para el año 2010 (30 años desde 1980) sustituimos:

**Resultado**

La estimación para 2010, según el modelo, es de aproximadamente **110,868** truchas híbridas en el lago.

Ejercicio modificado, de la página 105 de:

Nagle K, Saff E, Snider A. (2008). Fundamentals of Differential Equations and Boundary Value Problems. Pearson. 5th Edition. USA. pp. 862