**Ejemplo de Crecimiento Exponencial simple.**

Si en 1970 se determinó que la población de la Tierra era de 3.500 millones y aumenta a un ritmo del 2% anual, ¿Cuándo se alcanzará una población de 50.000 millones?

Para resolver este problema nos dan la información siguiente:

* **Población inicial (*y0*):** ​3.5 mil millones ( en 1970 (año ***T0***)).
* **Tasa de crecimiento anual (r):** 2% por año.
* **Población objetivo (y(t)):** 50 mil millones (

Necesitamos encontrar el tiempo t cuando la población alcanzará los 50 mil millones.

**Paso 1: Modelar el Crecimiento Exponencial.**

El modelo de crecimiento exponencial continuo se describe mediante la ecuación:

Donde:

* ***y(t)*** es la población en el tiempo ***t***.
* ***y0*** es la población inicial.
* ***r*** es la tasa de crecimiento anual. (2%, o 0.02 en decimal)
* ***t*** es el tiempo en años a partir de 1970.

Finalmente se despeja ***y*** en términos de ***t,*** elevando ambos lados

Podemos reescribir como:

Aquí, es simplemente otra constante que podemos llamar (la cantidad inicial) quedando finalmente

La ecuación que describe el modelo continuo en el **paso 1** se da porque:

 es la ecuación diferencial básica del crecimiento exponencial. Primero se rescribe por el método de variables separables, quedando

Multiplicamos ambos lados por dt para separar las variables:

De ahí se integran ambos lados de la ecuación, para encontrar la expresión de ***y(t)***:

**Donde C es la constante de integración.**

**Paso 2: Sustitución de Valores.**

Sustituimos los valores conocidos en la ecuación:

Nota: Las unidades están en miles de millones, por lo que podemos omitir "mil millones" en los cálculos.

**Paso 3: Encontrar t*.***

Primero reorganizamos la ecuación para aislar dividiendo ambos lados por ***y0=*** 3.5:

Ahora tomamos el logaritmo natural en ambos lados para despejar ***t***:

Despejando t:

Dado que el año inicial es 1970 y queremos calcular en qué año se cumpliría la población, calculamos la suma:

**Respuesta**

El tiempo ***t*** que toma alcanzar una población de 50 mil millones es de aproximadamente 133 años desde 1970. Por lo que, si la población sigue creciendo a una tasa del 2% anual, se alcanzara dicha cantidad en el año **2103**.

Ejercicio modificado, de la página 233 de:

Staff of REA. (2000). The Differential Equations Problem Solver. Research and Education Association. USA.