Acercamiento al modelo exponencial.

Se desea estudiar el crecimiento de una población de bacterias, cuyos datos se registran en el cuadro 1. Considerando mediciones al final de cada periodo de reproducción. Es importante hacer notar que la población no crece de manera lineal (figura 1)

Cuadro 1. Datos de crecimiento exponencial

tiempo	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Población de bacterias	244	298	364	445	544	664	811	991	1210	1478	1805	2205

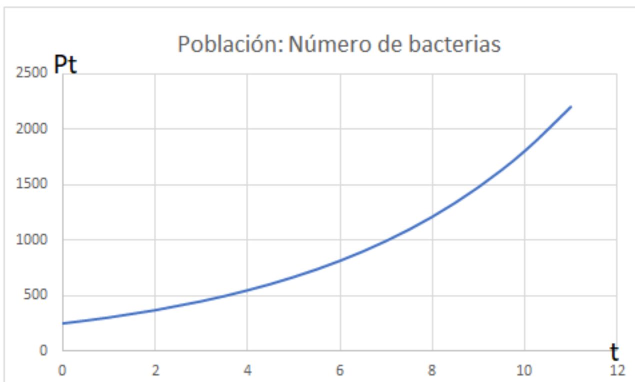

Figura 1. Crecimiento exponencial

El modelo como razón de cambio

El modelo que representa el crecimiento está dado por la ecuación: $y_t = N_0 e^{rt}$, modelo que refleja el cambio en el tamaño poblacional, **P**, el cual es proporcional a la población presente en cualquier momento, t, lo que se representa como:

$$\frac{dy}{dt} = ky$$

$\frac{dy}{y} = kdt$ Donde k es la tasa instantánea de crecimiento, de manera que

k = b - d = nacimientos - muertes

Solución del modelo

Integrando

$$\frac{dy}{y} = kdt$$

$$\int \frac{1}{y} dy = k \int dt \;\; \Rightarrow \; \ln|y| = kt + c \;\; \Rightarrow \; |y| = e^{kt+c} = \; e^{kt}e^{c}$$

Si $C = e^{c}$ entonces…

$$|y| = Ce^{kt}$$

Si y = número de individuos (no puede haber valores negativos) se puede eliminar el valor absoluto.

$y = Ce^{kt}$, cuando t = 0

$$y_0 = Ce^{k(0)} \;\; \Rightarrow y_0 = Ce^{0} \;\; \Rightarrow \; y_0 = C(1)$$

Entonces C corresponde a y_0, el valor inicial de la población, entonces se tiene que

$$y_t = y_0 e^{kt}$$

El tamaño de la población al tiempo t es igual a la población inicial multiplicada por la exponencial elevada a la tasa instantánea de crecimiento multiplicada por el tiempo t.

Generalizando, para

$$\boldsymbol{y_t = y_0 e^{kt} \; con \;\; t \geq 0}$$

Si $k > 0$, entonces $\lim_{t \to \infty} y_t = B \lim_{t \to \infty} e^{kt} = \; +\infty$, se presenta **CRECIMIENTO**

Si $k < 0$, entonces $\lim_{t \to \infty} y_t = B \lim_{t \to \infty} e^{kt} = \;\; 0$, se presenta **DECRECIMIENTO (DECAIMIENTO)**

Este modelo tiene 2 parámetros a calcular: $\mathbf{y_0}$ y **k**