Ejemplo

Si la **tasa** de crecimiento de la población de cierta comunidad es proporcional a la población. En 1950 la población fue de 50,000 y en 1980 fue de 75,000.

a) Expresar la población (y) como función de t.

$$\frac{dy}{dt} = ky \quad \Rightarrow \quad y_t = y_0 e^{kt} \quad \Rightarrow \quad y_t = 50{,}000e^{kt}$$

b) ¿Tamaño de la población en el año 2010?

Los datos que se tienen según el enunciado son

$t\ (Años)$	0 (1950)	30 (1980)	60 (2010)
y	50,000	75,000	¿? (112,463)

Con estos datos, $y_0 = 50{,}000$ y hay que calcular el valor de k, considerando que:

$$y_{30} = 75{,}000.$$

$$y_t = y_0 e^{kt} \quad \Rightarrow \quad 75{,}000 = 50{,}000e^{k(30)} \qquad \frac{75{,}000}{50{,}000} = e^{k(30)} \Rightarrow 1.5 = e^{k(30)}$$

$$\ln(1.5) = k(30) \quad \therefore \quad k = \frac{\ln(1.5)}{30} = 0.01351$$

Con estos valores, se puede calcular y_t al tiempo $t = 60$.

$$y_t = 50{,}000e^{kt} = 50{,}000e^{(k)(60)} = 50{,}000e^{(0.01351)(60)}$$

$$y_{60} = 112{,}462.85 \quad \therefore \quad y_{60} = 112{,}463$$