Ejemplo

En un cultivo, la **tasa** de crecimiento de bacterias es proporcional a la cantidad presente. Inicialmente se tenían 1,000 bacterias (y_0) y la cantidad se duplico en 12 min (esto es si t=12, $y_{12} = 2y_0$).

a) Si y = número de bacterias y t = tiempo en minutos, expresar la variable y como una función de t.

$\frac{dy}{dt} = ky$ cuya solución como ya se mostró es $y_t = y_0 e^{kt}$

b) ¿en qué tiempo la población alcanza un tamaño de 10,000 bacterias?

Los datos que se tienen de acuerdo con el enunciado son:

t	0	12	¿? (40)
y	1,000	2,000	10,000

El modelo para aplicar es: $y_t = y_0 e^{kt}$, donde y_0 = 1,000 y falta conocer el valor del parámetro k, para aplicarlo a cualquier situación.

Entonces $y_t = 1000e^{kt}$, además se sabe que cuando t =12 y_{12} = 2,000

Por lo que $y_{12} = 1000e^{k(12)} \Rightarrow 2{,}000 = 1{,}000e^{k(12)} \Rightarrow \frac{2{,}000}{1{,}000} = e^{12k} \Rightarrow 2 = e^{12k}$

$\ln(2) = 12k \quad \therefore \quad k = \frac{\ln(2)}{12} = 0.0577$

¿Y la respuesta a cuál es el tiempo t = ?, cuando y_t = 10,000 se obtiene al aplicar $y_t = y_0 e^{kt} = \quad 10{,}000 = 1{,}000e^{(0.0577)t}$, donde la única incógnita es t, despejando

$\frac{10{,}000}{1{,}000} = e^{(0.0577)t} \Rightarrow \ln(10) = (0.0577)t \quad \therefore \quad t = \frac{\ln(10)}{0.0577} = 39.90$

Por redondeo **t = 40** minutos, la respuesta que se está buscando.