

## Permutación y combinación

- Si queremos los números de 5 cifras que se pueden formar con los dígitos del 0 al 9, que sean múltiplos de 5 y donde no se pueden repetir los dígitos, procedemos, colocando 5 "rayitas":

\_\_\_ \_ \_ \_ \_

En la última rayita sabemos que pueden ir el 0 y el 5 para que sean múltiplos de 5; estas son dos posibilidades; por otro lado, una vez colocado uno de estos dos dígitos, para el siguiente lugar (el de las decenas), podemos colocar cualquiera de los 9 dígitos que no hemos usado, es decir:

\_\_\_ \_ \_ \_ 9 x 2

Para el lugar de las centenas, todavía nos quedan 8 dígitos, puesto que solo se han usado 2 de los 10 que teníamos, o sea;

\_\_\_ \_ \_ 8 x 9 x 2

Procediendo de esta forma, para el lugar de los millares tenemos 7 dígitos disponibles y para el lugar de las decenas de millar 6. Por lo tanto:

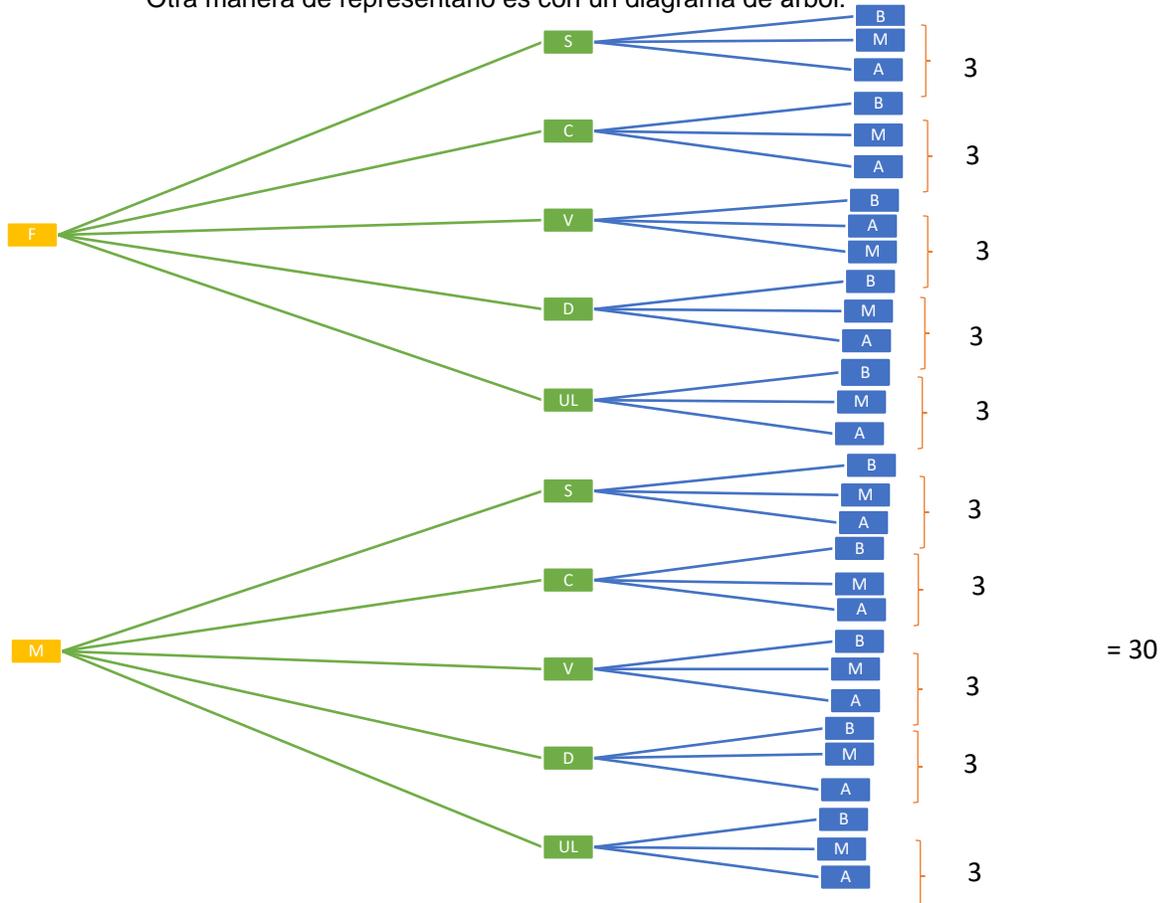
$$\underline{6} \times \underline{7} \times \underline{8} \times \underline{9} \times \underline{2} = 6048$$

Por lo tanto, hay 6048 números de 5 cifras, todas diferentes y que son múltiplos de 5.

- De cuántas formas podemos clasificar una persona la cual se le hace una encuesta en relación al sexo (F, M), estado civil (S, C, V, D, UL) y estatura (Bajo, mediano y alto).

$$\underline{2} \times \underline{5} \times \underline{3} = 30$$

Otra manera de representarlo es con un diagrama de árbol:



## Permutaciones

1. ¿De cuántas formas diferentes se pueden ordenar las letras de la palabra IMPUREZA?

$$\underline{8} \times \underline{7} \times \underline{6} \times \underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{2} \times \underline{1} = 8! = 40320$$

$$= {}^n P_n = n!$$

2. ¿De cuántas formas diferentes se pueden sentar 6 alumnos en un salón de clases de 25 pupitres?

El estudiante puede elegir entre 25 lugares, el segundo tendrá 24 lugares a escoger, el tercero 23 y así sucesivamente; por lo tanto, el número de arreglos sin repetición de 25 elementos tomados de 6 es de:

$$\underline{25} \times \underline{24} \times \underline{23} \times \underline{22} \times \underline{20}$$

Simbolizado por  ${}^{25}P_6 = 25 \times 24 \times 23 \times 22 \times 21 \times 20 = {}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

3. ¿Cuántos números de 2 cifras sin repetición se pueden formar con los dígitos 8, 2, 5, 4 y 7?

$${}^5 P_2 = 5 \times 4 = 20$$

4. Tenemos 20 niños de un grupo de pre-escolar y 10 sabores de helados disponibles, ¿De cuántas formas diferentes podemos servir helado a los 20 niños?

Hay que tomar en cuenta que al primer niño le podemos servir uno de los 10 sabores, al segundo también, y así sucesivamente, por lo que la operación se marca de la siguiente manera:

$$\underline{10} \times \underline{10} \times \underline{10} \times \underline{10} \times \underline{10} \dots\dots = 10^{20}$$

El número de permutaciones CON REPETICIÓN de "n" elementos tomados de "r" es  $n^r$

5. ¿De cuántas formas podemos contestar un examen de 12 preguntas de opción múltiple, si cada pregunta tiene 5 alternativas de respuesta?

Tomando en cuenta que para cada pregunta tenemos 5 alternativas, entonces en total tenemos:

$$\underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} \dots\dots 5^{12}$$

6. ¿Cuántos números de 3 cifras CON REPETICIÓN se pueden formar con los dígitos 7, 4, 8, 5 y 3?

$$\underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} = 5^3$$

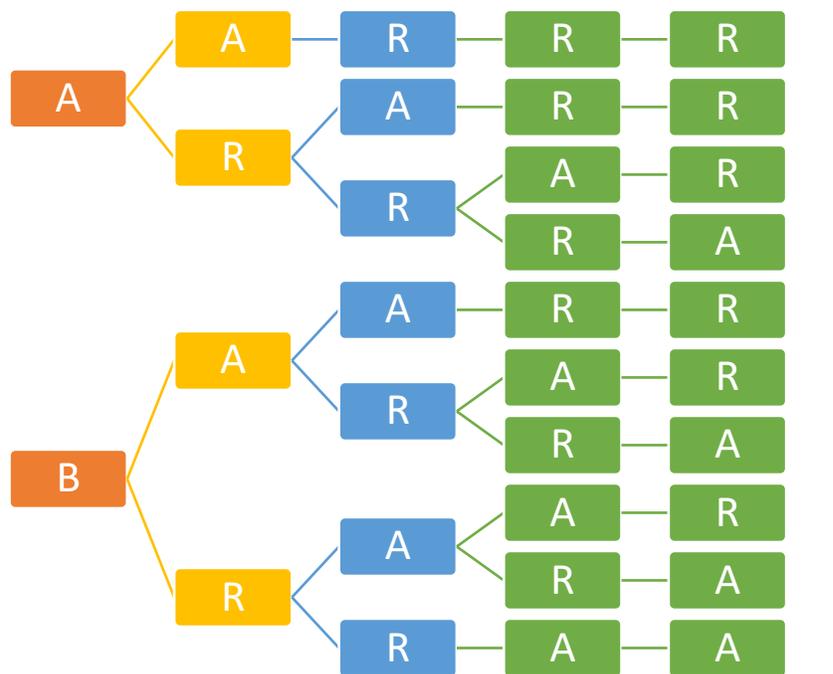
7. Queremos abrir un candado de combinación de 4 anillos, cada uno marcado con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5; pero no sabemos cuál es la combinación correcta. ¿Cuál es el número de intentos INCORRECTOS que podemos realizar antes de encontrar la correcta?

Si cada uno de los 4 anillos tiene 5 números posibles, esto quiere decir que  $n = 5$ , mientras que  $r = 4$ , por lo tanto la respuesta es  $5^4 = 625$ . Sin embargo, debido a que el problema nos pide únicamente los incorrectos, y una de estas combinaciones es la correcta, la respuesta es 624.

8. ¿Cuántas señales diferentes se pueden hacer con 5 banderas de las cuales 2 son amarillas y 3 son rojas?

Si las 5 banderas fueran todas diferentes, tendríamos  $5! = 120$  señales distintas; pero como 2 son de un color y son de otro, entonces tendremos un número  $X$  de arreglos que será menor que  $5!$ . Ahora bien, si las 2 amarillas fueron diferentes, tendríamos  $2!$  formas de colocarlas. Así mismo, si las 3 rojas fuesen diferentes tendríamos  $3!$  formas de acomodarlas, y en total habría  $X \times 2! \times 3!$  señales con todas las banderas diferentes y este número debería ser igual a  $5!$ , es decir  $X \times 2! \times 3! = 5!$  Despejando  $X$ :

$$X = \frac{5!}{2! \times 3!} = 10$$



9. Doce estudiantes van a ir a Veracruz en tres carros, 3 estudiantes en un carro, 4 en el carro dos y 5 en el carro tres. ¿De cuántas formas se pueden acomodar, si cualquiera puede conducir?

Tomando en cuenta que  $n = 12$ ,  $p_1 = 3$ ,  $p_2 = 4$ ,  $p_3 = 5$ , por consiguiente:

$${}^{12}P_{3, 4, 5} = \frac{12!}{3!4!5!}$$

## Combinaciones

1. ¿Cuántos helados de dos sabores diferentes nos pueden servir en una heladería que tiene el siguiente surtido de sabores: chocolate, vainilla, mamey, fresa, mango y coco?

Si nos importara el orden, la respuesta sería  ${}^6P_2 = \frac{6!}{4!} = 30$ . Pero, como un helado de vainilla con fresa o fresa con vainilla son iguales, por cada dos permutaciones tenemos una combinación.

$${}^6C_2 = {}^6P_2/2 = \frac{30}{2} = 15$$

2. ¿De cuántas formas podemos elegir 3 profesores de la sección de matemáticas que tiene 14 profesores de Bioestadística para formar una comisión para la elaboración de un examen departamental?

Si la comisión formada por los profesores ABC fuese diferente a la formada por los profesores BCA, ACB, BAC, CAB y CBA; tendríamos un problema de permutación de 14 elementos tomados de 3 en 3:

${}^{14}P_3 = \frac{14!}{11!} = 2184$ . Pero como 6 arreglos (ABC, ACB, BCA, BAC, CBA y CAB) constituyen la misma comisión, tendremos que

$${}^{14}C_3 = {}^{14}P_3/6 = \frac{2184}{6} = 364.6 \quad \text{ó} \quad {}^{14}C_3 = {}^{14}P_3/6 = \frac{\frac{14!}{(14-3)!}}{3!} = \frac{14!}{(14-3)!3!}$$

3. ¿Cuántas manos de poker contienen
- exactamente un par?
  - exactamente un full (3 de una denominación y dos de otra)?
  - exactamente un as?
- a)  $13\binom{4}{2}12\binom{4}{1}11\binom{4}{1}10\binom{4}{1} = 6,589,440$   
b)  $13\binom{4}{2}12\binom{4}{3} = 3,744$   
c)  $\binom{4}{1}\binom{48}{4} = 778,320$

4. ¿De cuántas formas podemos pedir que nos sirvan un cono de helado con dos bolitas diferentes o iguales en la heladería hay 5 sabores: chocolate, vainilla, fresa, naranja y limón?

$${}^5C'_2 = \binom{n+r-1}{r} = \binom{5+2-1}{2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$$