



Ejemplo: Primer Teorema Fundamental del Cálculo

Encontrar $\int x^3 dx$

De acuerdo al primer teorema fundamental del cálculo hay que buscar una función (antiderivada o primitiva), que al derivarla regresemos a la función original, por lo que al aplicar $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ se tiene.

$$\int x^3 dx = \frac{x^{3+1}}{3+1} = \frac{x^4}{4} + c$$

Para verificar si es una primitiva se aplica $\frac{d(u^n)}{dx} = nu^{n-1} \frac{d(u)}{dx}$

$$\frac{d\left(\frac{x^{3+1}}{3+1}\right)}{dx} = \frac{1}{4} \frac{d(x^4)}{dx} = \frac{1}{4} (4)(x^{4-1}) \frac{dx}{dx} = x^3$$

Como se verifica que la derivada de $F(x) = \frac{x^4}{4}$ es la función $f(x) = x^3$ se comprueba que esta es la solución, pero también $F(x) = \frac{x^4}{4} + c$ es solución pues la derivada de una constante es cero. Lo que nos lleva a la conclusión de que la solución no es única, sino que se tiene una familia de soluciones, con solución particular para cada uno de los valores que pueda tomar la constante c .