# Ejemplos de integrales directas

**1.-** $\int x^3\, dx$

De acuerdo al primer teorema fundamental del cálculo hay que buscar una función (antiderivada o primitiva), que al derivarla regresemos a la función original, por lo que al aplicar $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ se tiene.

$$\int x^3\, dx = \frac{x^{3+1}}{3+1} = \frac{x^4}{4}$$

Para verificar si es una primitiva se aplica $\frac{d(u^n)}{dx} = nu^{n-1}\frac{d(u)}{dx}$

$$\frac{d\left(\frac{x^{3+1}}{3+1}\right)}{dx} = \frac{\frac{1}{4}d(x^4)}{dx} = \frac{1}{4}(4)(x^{4-1})\frac{dx}{dx} = x^3$$

Como se verifica que la derivada de F(x) = $\frac{x^4}{4}$ es la función f(x) = $x^3$ se comprueba que esta es la solución, pero también F(x) = $\frac{x^4}{4} + c$ es solución pues la derivada de una constante es cero. Lo que nos lleva a la conclusión de que la solución no es única, sino que se tiene una familia de soluciones, con solución particular para cada uno de los valores que pueda tomar la constante c.

De aquí el valor de c en la fórmula de solución para una integral indefinida.

**2.** $\int_2^4 x^3\, dx$

Al ser una integral definida se aplica el segundo teorema fundamental del cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, donde ya se conoce la primitiva y entonces ésta se calcula en los límites de integración.

$$\int_2^4 x^3\, dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_2^4 = \frac{4^4}{4} - \frac{2^4}{4} = \frac{256}{4} - \frac{16}{4} = 64 - 4 = 60\, u^2$$

**F(b) – F(a)**

3.- $\int_0^2 x^3\,dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{0^4}{4} = \frac{16}{4} - 0 = 4 - 0 = 4\,u^2$, con $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$

u = x; du = dx y n = 3

**F(b) – F(a)**

4.- $\int_{-1}^2 (3x^2 - 2x + 3)\,dx = \int_{-1}^2 3x^2\,dx - \int_{-1}^2 2x\,dx + \int_{-1}^2 3\,dx$, con $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$

k = 3; u = x; du = dx y n = 2 k = -2; u = x; du = dx y n = 1

$$= 3\int_{-1}^{2} x^2\,dx - 2\int_{-1}^{2} x\,dx + 3\int_{-1}^{2} dx$$

$$= \left[3\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{2} - \left[2\frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{2} + [3x]_{-1}^{2} = [x^3]_{-1}^{2} - [x^2]_{-1}^{2} + [3x]_{-1}^{2}$$

$$= [2^3 - (-1)^3] - [2^2 - (-1)^2] + [3(2) - 3(-1)]$$

**F(b) – F(a)** **F(b) – F(a)** **F(b) – F(a)**

$$\int_{-1}^{2} (3x^2 - 2x + 3)\,dx = [8 - (-1)] - [4 - 1] + [6 + 3] = 9 - 3 + 9 = 15\,u^2$$

**5.-** $\int_1^4 \frac{1}{w^2}\,dw = \int_1^4 w^{-2}\,dw = \left[\frac{w^{-2+1}}{-2+1}\right]_1^4 = \left[\frac{w^{-1}}{-1}\right]_1^4 = \left[-\frac{1}{w}\right]_1^4 = \left[-\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{1}\right)\right] = \frac{3}{4}u^2$

$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$; con u = w; du = dw y n = -2 **F(b) – F(a)**

**6.-** $\int_0^4 \sqrt{t}\,dt = \int_0^4 t^{\frac{1}{2}}\,dt = \left[\frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\right]_0^4 = \left[\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}\right]_0^4 = \left[\frac{2}{3}\sqrt{t^3}\right]_0^4 = \left[\frac{2}{3}\sqrt{4^3} - \frac{2}{3}\sqrt{0^3}\right] = \frac{16}{3} - 0 = \frac{16}{3}u^2$

$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$; con u = t; du = dt y $n = \frac{1}{2}$

**F(b) – F(a)**